

Ευθείες-Ευθύγραμμο τμήματα

1

Διάβασε από το βιβλίο σου και ξεκαθάρισε με τον καθηγητή σου στην τάξη τις παρακάτω έννοιες:

Σημείο

- Γραμμή

- Επιφάνεια

- Επίπεδο

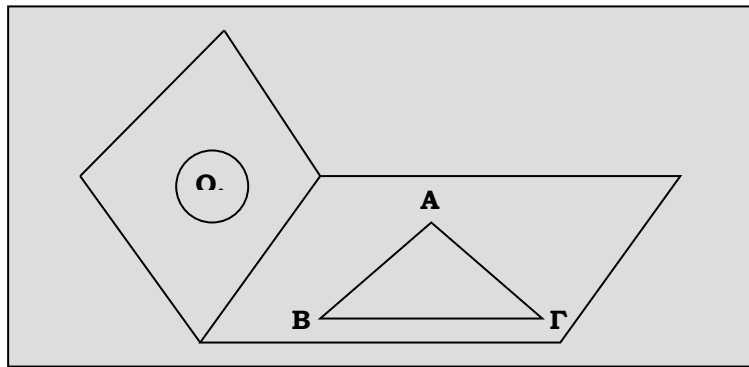
Επίπεδο σχήμα

- Ευθεία

- Ευθύγραμμο τμήμα

2

Στο παρακάτω σχήμα να ορίσεις τα σημεία, τις γραμμές, τις επιφάνειες, τα ευθύγραμμο τμήματα και τα επίπεδα σχήματα που υπάρχουν.



3

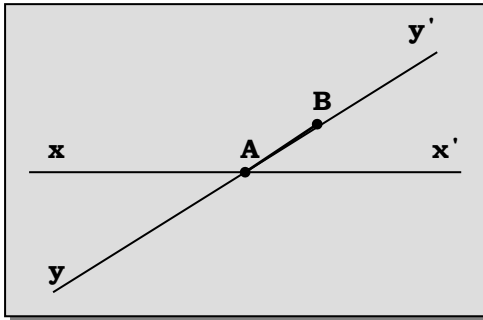
Γράψτε τις δυνατές θέσεις που μπορεί να έχουν δύο ευθείες σε ένα επίπεδο και σχεδιάστε τις.

α) _ _ _ _ _

β) _ _ _ _ _

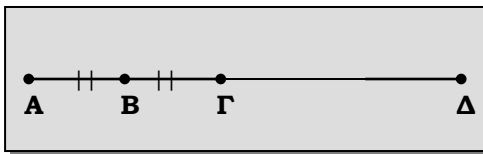
4

Δώσε τον ορισμό της ημιευθείας και γράψε τις ημιευθείες που υπάρχουν στο σχήμα σου



5

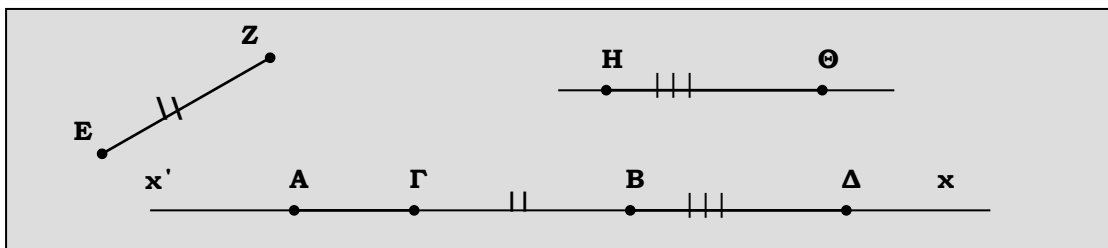
Δώσε τον ορισμό του μέσου ευθύγραμμου τμήματος και στο παρακάτω σχήμα σημείωσε τα μέσα των τμημάτων AB, AG, ΓΔ, ΑΔ



6

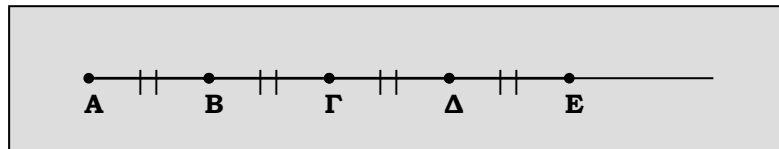
Με τον καθηγητή σου στον πίνακα ξεκαθάρισε πως θα συγκρίνεις ευθύγραμμα τμήματα και πως θα κάνεις πράξεις με αυτά. Μετά από αυτό στο παρακάτω σχήμα με δεδομένο ότι έχουμε πάρει $GB = EZ$ και $BD = HΘ$ να βρεις τα παρακάτω:

- α) $AB - EZ =$
 β) $AB + HΘ =$
 γ) $AΔ - AΓ =$



7

- α) Δώσε τον ορισμό της μονάδας μήκους, του μήκους ευθύγραμμου τμήματος και της απόστασης δύο σημείων.
β) Γράψτε το μήκος του ΑΕ αν μονάδα είναι το ΑΒ και αν μονάδα είναι το ΑΓ
γ) Γράψε την απόσταση των Β, Ε αν μονάδα είναι το ΑΒ



8

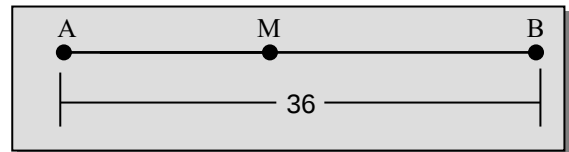
- α) Πότε τα σημεία Α,Β λέγονται συμμετρικά σημεία ως προς 0;
β) Φτιάξε ένα κύκλο και βρες 3 ζεύγη σημείων που είναι συμμετρικά ως προς το κέντρο 0. Θυμάσαι πως αλλιώς λέγονται τα σημεία αυτά;

ΛΥΜΕΝΑ ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ

- 1.** Αν M είναι ένα σημείο του ευθυγράμμου τμήματος AB τέτοιο ώστε $\frac{MA}{MB} = \frac{2}{7}$, να υπολογιστούν τα (MA) , (MB) αν $(AB)=36$.

Λύση

Έχουμε $\frac{MA}{MB} = \frac{2}{7}$ και $(AB)=36$
Οπότε λύνουμε το σύστημα :



$$\begin{cases} \frac{(MA)}{(MB)} = \frac{2}{7} \\ (MA) + (MB) = 36 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (MA) = \frac{2}{7}(MB) \\ \frac{2}{7}(MB) + (MB) = 36 \end{cases} \Leftrightarrow$$

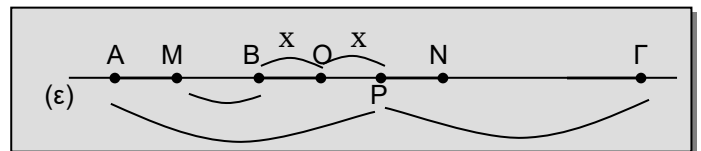
$$\begin{cases} (MA) = \frac{2}{7}(MB) \\ 2 \cdot (MB) + 7 \cdot (MB) = 7 \cdot 36 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (MA) = \frac{2}{7}(MB) \\ 9 \cdot (MB) = 7 \cdot 36 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (MA) = \frac{2}{7} \cdot 28 \\ (MB) = \frac{7 \cdot 36}{9} = 28 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (MA) = 8 \\ (MB) = 28 \end{cases}$$

- 2.** Δύο ευθύγραμμα τμήματα AB , $B\Gamma$ μιας ευθείας ε είναι διαδοχικά και ισχύει $AB < B\Gamma$. Αν M , N και P είναι αντίστοιχα τα μέσα των ευθυγράμμων τμημάτων AB , $B\Gamma$ και ΓA , να αποδείξετε ότι τα ευθύγραμμα τμήματα MN και BP έχουν κοινό μέσο.

Λύση

Έστω O το μέσο του BP ,
δηλαδή $OB=OP$.

Θα δείξουμε ότι το O είναι μέσο και του MN , δηλαδή ότι :
 $OM=ON \Leftrightarrow x+BM=x+PN \Leftrightarrow BM=PN$.



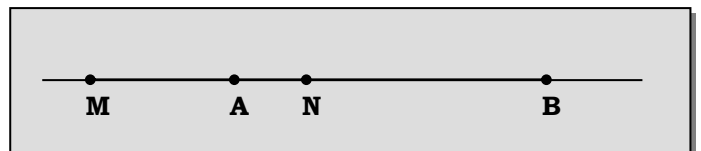
Πράγματι είναι :

$$\begin{aligned} PN &= PG - NG = \frac{AG}{2} - \frac{BG}{2} \quad (\text{διότι } PG = PA = \frac{AG}{2} \text{ και } NG = NB = \frac{BG}{2}) \\ &= \frac{AG - BG}{2} \\ &= \frac{AB}{2} = BM. \end{aligned}$$

3. Σε μία ευθεία (ε) παίρνουμε διαδοχικά τα σημεία M, A, N, B έτσι ώστε $\frac{AN}{NB} = \frac{3}{5}$. Να αποδείξετε ότι $8MN = 5MA + 3MB$.

Λύση

Το MN θα το βρούμε με δύο τρόπους:



Πρώτα σαν άθροισμα

$$MN = MA + AN \quad (1)$$

Μετά σαν διαφορά

$$MN = MB - BN \quad (2)$$

Η δοσμένη σχέση $\frac{AN}{NB} = \frac{3}{5}$ γίνεται $5AN = 3NB$

Πολ/ζω την (1) επί 5 για να φτιάξω το $5AN$ και έχω

$$5MN = 5MA + 5AN$$

Πολ/ζω την (2) επί 3 για να φτιάξω το $3NB$ και έχω

$$3MN = 3MB - 3NB \quad (+)$$

$$\hline 8MN = 5MA + 3MB$$

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΓΙΑ ΕΞΑΣΚΗΣΗ

1. Επί ευθείας ε παίρνουμε διαδοχικά ευθύγραμμο τμήματα AB , $B\Gamma$, $\Gamma\Delta$. Αν M , N είναι τα μέσα των AB , $\Gamma\Delta$ αντίστοιχα δείξτε ότι $MN = \frac{A\Delta + B\Gamma}{2}$

2. Δίνεται ένα ευθύγραμμο τμήμα AB και το μέσο του M . Αν O είναι ένα σημείο του ευθύγραμμου τμήματος MB , να αποδείξετε ότι $OM = \frac{1}{2}(OA - OB)$

3. Να βρεθούν τα μήκη των τμημάτων AB, ΓΔ για τα οποία ισχύουν: $\frac{AG}{GD} = \frac{2}{3}$ και $2(AB) - (GD) = 1$

4. Έστω M το σημείο ενός ευθύγραμμου τμήματος AB για το οποίο ισχύει $MA = \frac{5}{7}MB$. Αν Γ είναι σημείο της ημιευθείας MA και δεν ανήκει στο ευθύγραμμο τμήμα MA, να αποδείξετε ότι $GM = \frac{7}{12}GA + \frac{5}{12}GB$

5. Δίνονται 5 σημεία, τα οποία ανά τρία δεν είναι συνευθειακά. Να βρείτε πόσες ευθείες ορίζουν τα σημεία αυτά, λαμβανόμενα ανά δύο. (Γενίκευση για n σημεία)
